Вариант 1.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{3n-2}{2n-1}$, $a = \dfrac{3}{2}$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to \pi/2} \sqrt[\cos x]{\sin x}$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 8} \left(\dfrac{2x-7}{x+1}\right)^{1/(\sqrt[3]{x}-2)}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} x\left(\operatorname{ctg} x - \dfrac{1}{\operatorname{arctg} 2x}\right)$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = x^2 + x\sin x$ и $g(x) = x^2 + 4$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to \infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} 2^{1/x}, & x < 1 \\ \sqrt{x+3}, & x \geqslant 1 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 2.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{7n+4}{2n+1}$, $a = \dfrac{7}{2}$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{(x^3-2x-1)^2}{x^4+2x+1}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+1}\sqrt{1+2x}-1}{x}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+2x-1}{x^2+x-5}\right)^{3x}$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} \left(2 - e^{\arcsin^2\sqrt{x}}\right)^{3/x}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to 3\pi/4} \dfrac{1+\sqrt{2}\cos x}{4x-3\pi}$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$ и $g(x) = 1 - \sqrt{x}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 1$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\dfrac{1}{x-2}, & x \geqslant 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}, & x < 0 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0–7	8–15	16–17	18–19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 3.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{7n-1}{n+1}$, $a = 7$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3-3x-2}{x^2-x-2}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{1-\sqrt[3]{\cos^2 x}}{1-\cos 2x}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} (2-\cos 3x)^{1/(\ln(1+x^2))}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\ln(5-2x)}{\sqrt{10-3x}-2}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = e^{4x} - e^x$ и $g(x) = \operatorname{tg} 4x - \sin 3x$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 0$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin \pi x}{x^2-1}, & x < 2 \\ \sqrt{x-2}, & x \geqslant 2 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 4.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{9-n^3}{1+2n^3}$, $a = -1/2$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-2x+1}{2x^2-x-1}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 8} \dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to \pi/6} \dfrac{6x+\pi\cos 6x}{\cos 3x}$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\operatorname{tg}(\pi/4 - x)\right)^{\operatorname{ctg} x}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to \pi/2} (\sin x)^{1/\operatorname{ctg} x}$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \dfrac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}$ и $g(x) = \dfrac{3}{2+x^2}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to +\infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-1}{\ln x}, & x > 0 \\ \sqrt[3]{x}, & x \leqslant 0 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 5.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{1-2n^2}{2+4n^2}$, $a = -1/2$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{5x^2-4x-1}{x-1}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+1}{(x-1)^2}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to \pi/4} (\operatorname{ctg} x)^{\operatorname{ctg} 4x}$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 3} \left(\dfrac{9-2x}{3}\right)^{\operatorname{tg}(\pi x/6)}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\operatorname{ctg} 2x - \dfrac{1}{\sin 5x}\right)\cdot \arcsin x$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = (\sqrt{x+1})^{-1}$ и $g(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to +\infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{tg} 3x}{x}, & |x| < \pi/6 \\ \cos 2x, & |x| \geqslant \pi/6 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 6.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{4n-1}{2n+1}$, $a = 2$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{x^3+5x^2+3x-9}{x^3+4x^2+4x+3}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{\sqrt{4x}-2}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2x}}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(2+e^{4x})}{\ln(3+e^{5x})}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to1} \left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{1/(\sqrt[5]{x}-1)}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{3^{5x-3}-3^{2x^2}}{\operatorname{tg}\pi x}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \sqrt[3]{1-\sqrt{x}}$ и $g(x) = 4(x-1)^2$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 1$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \ln(-x-2), & x < -2 \\ e^{-1/x}, & x \geqslant -2 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0–7	8–15	16–17	18–19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 7.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{2n-5}{3n+1}$, $a = 2/3$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{(2x^2-x-1)^2}{x^3+2x^2-x-2}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to0} x^2\left(\dfrac{1}{1-\cos x} - \dfrac{1}{\arcsin^2 x}\right)$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to8} \left(\dfrac{2x-7}{x+1}\right)^{1/(\sqrt[3]{x}-2)}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\cos(x+\frac{5\pi}{2})\,\mathrm{tg}\,x}{\arcsin(2x^2)}$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \dfrac{x^3}{x^3-1}$ и $g(x) = \dfrac{1}{(x-1)^2}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 1$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} x/4, & x \geqslant \pi \\ \mathrm{arctg}\,\pi/x, & x < \pi \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 8.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{n-1}{1-2n}$, $a = -1/2$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3+4x^2+5x+2}{x^3-3x-2}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x^2-2x+6}-\sqrt{x^2+2x-6}}{x^2-4x+3}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to3}(4x-11)^{\frac{3x}{x-3}}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to0}\left(1-\ln(1+\sqrt[3]{x})\right)^{x/(\sin^4\sqrt[3]{x})}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2-3x+3}-1}{\sin\pi x}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{4x+3}}$ и $g(x) = \sqrt{x}(1-e^{-x})$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to +\infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} e^{\sqrt{-x}}, & x < 0 \\ \dfrac{\cos((\pi x)/2)}{(x-1)^2}, & x \geqslant 0 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 9.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{4n^2+1}{3n^2+2}$, $a = 4/3$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x^2-3x-4}{x^3-6x^2+32}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1-2x+x^2}-(1+x)}{x}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to \pi/4} \sqrt[\cos 2x]{\operatorname{tg} x}$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} \left(2-e^{\sin x}\right)^{\operatorname{ctg}\pi x}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\sin 4x}{\operatorname{tg}^2 x + 1 - \cos 2x}$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 1$ и $g(x) = x \operatorname{arctg} x + 2$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to +\infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \operatorname{ctg}\pi x, & x \geqslant 1 \\ \dfrac{\lg 2x}{\sqrt[3]{4x}-2}, & x < 1 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0–7	8–15	16–17	18–19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 10.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{4n-3}{2n+1}$, $a = 2$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^3 + x^2 - 8x + 4}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} \left(5 - \dfrac{4}{\cos 2x}\right)^{1/\sin^2 x}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$ и $g(x) = 4 \cdot \sqrt[4]{x}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 0_+$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\arcsin 2x}, & |x| \leqslant 1/2 \\ \ln(4x^2 - 1), & |x| > 1/2 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0–7	8–15	16–17	18–19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 11.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = -\dfrac{5n}{n+1}$, $a = -5$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}{x}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\sin 6x}{2x}\right)^{x+2}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 2\pi} \left(\cos x\right)^{1/(\sin^2 2x)}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\operatorname{tg} \pi x}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \sqrt[3]{1-3x} - 1$ и $g(x) = x + x\sin x$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 0$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} e^{x/(x+1)}, & x \leqslant 0 \\ \operatorname{arctg} 2x, & x > 0 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 12.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{2n+1}{3n-5}$, $a = 2/3$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3+5x^2+7x+3}{x^3+4x^2+5x+2}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to 8} \dfrac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\ln(1+x)}{\sin x}\right)^{\cos^2 x}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 0_+} \left(2 - 5^{\arcsin x^2}\right)^{(\operatorname{cosec}^2 x)/x}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{9\ln(1-2x)}{4\operatorname{arctg} 3x}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \sin x - \operatorname{tg} x$ и $g(x) = x^2$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 0$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \operatorname{arcctg}\dfrac{1}{x}, & x \leqslant 1 \\ 1/\ln x, & x > 1 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 13.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{1-2n^2}{n^2+3}$, $a = -2$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to\sqrt{5}} \dfrac{x^2-5}{x^2-5x+3}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\ln(1+\dfrac{x}{2}) - \ln\dfrac{x}{2}\right)$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 3} \left(\dfrac{6-x}{3}\right)^{\operatorname{tg}(\pi x/6)}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to 2\pi} \dfrac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{4\pi^2}}$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}$ и $g(x) = 1/\sqrt{x}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to +\infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} (\sin 3x)/x^2, & x < \pi \\ \cos\frac{x}{3}, & x \geqslant \pi \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 14.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{3n^2}{2-n^2}$, $a = -3$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x+\sqrt{x}+1}{x^3+x^2-6x}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\ln(1+x)}{4x}\right)^{x/(x+1)}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 0_+} \left(\cos\sqrt{x}\right)^{1/x^2}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x^2-5x}{\sin 3x}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \sin(4x+x^3)$ и $g(x) = \ln(1+x^2-x^3)$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 0$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\lg x}{\sqrt[3]{x}-1}, & x > 0 \\ \operatorname{arctg}\dfrac{1}{x+2}, & x \leqslant 0 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 15.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{n}{3n-1}$, $a = 1/3$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \Big(\cos x\Big)^{x+3}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} \Big(1 + \sin^2 3x\Big)^{1/(\ln\cos x)}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to \pi/4} \dfrac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \dfrac{2x^5}{x^4 - 3x^2 + 2}$ и $g(x) = x^2 \cdot \sin\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to +\infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin \pi x}{\arcsin x}, & |x| \leqslant 1 \\ 1 + \sqrt[3]{x}, & |x| > 1 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 16.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{3n^3}{n^3-1}$, $a = 3$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^3+5x^2+7x+3}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1+x^2}-1}{\sqrt{1+x^2}-1}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^{\cos x}$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} \left(1 - x\sin^2 x\right)^{\frac{1}{\ln(1+\pi x^2)}}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{\ln x}$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = x^3(e^{-x}+1)$ и $g(x) = \sqrt{x}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to +\infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} 2^{1/(x^2-1)}, & |x| < 2 \\ \sqrt[3]{x}, & |x| \geqslant 2 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 17.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{4+2n}{1-3n}$, $a = -2/3$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{(x^2+2x-3)^2}{x^3+4x^2+3x}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to1_+} \dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to0_+} \left(\dfrac{e^{x^3}-1}{x^2}\right)^{(8x+3)/(1+x)}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to0} \left(\dfrac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{1/x}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = x^2 \cdot \sin\dfrac{1}{x^2}$ и $g(x) = \dfrac{e^{x^2}-1}{x}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 0$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\dfrac{x}{x+1}, & x \leqslant 0 \\ e^{1/x}, & x > 0 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 − 7	8 − 15	16 − 17	18 − 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 18.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{5n+15}{6-n}$, $a = -5$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[4]{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\sin 4x}{x}\right)^{2/(x+\cos x)}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 3/2} \left(2-\dfrac{2x}{3}\right)^{\operatorname{tg}\frac{\pi x}{3}}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 5x}{e^{x^2}-1}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \sqrt[4]{x} - 1$ и $g(x) = \sqrt[3]{x} - 1$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to +\infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin \pi x}{x^2+x-2}, & x < 2 \\ \cos\dfrac{\pi}{x}, & x \geqslant 2 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 19.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{3-n^2}{1+2n^2}$, $a = -1/2$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to-2}\left(\dfrac{1}{x+2} - \dfrac{x}{x^2-4}\right)$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt[3]{2+x}-\sqrt[3]{2-x}}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right)^{x+2}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 4\pi}(\cos x)^{5/(\operatorname{tg}5x\sin 2x)}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{x^2-\pi^2}{\sin x}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = x^2 + x - 2$ и $g(x) = \dfrac{\ln(x+3)}{\arcsin\sqrt{x+2}}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to -2+$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x\to\infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1-x)}{x}, & x<1 \\ 1/(e^x-2), & x \geqslant 1 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 20.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{2n-1}{2-3n}$, $a = -2/3$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^4 + 2x^3 - x^2 - 4x - 2}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to -8} \dfrac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\operatorname{tg}^2 2x}{x+2}\right)^{\cos 2x}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{3x-1}{x+1}\right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = x^2 + x\sin x$ и $g(x) = \sqrt{x^5 + 2}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to +\infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{\lg x}, & x > 0 \\ \operatorname{arctg} 2x, & x \leqslant 0 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 21.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{3n-1}{5n+1}$, $a = 3/5$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+2x)^3 - (1+3x)^2}{x^2}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\operatorname{tg}^2 3x}{\operatorname{tg} 5x \operatorname{tg} 6x} \right)^{\frac{x+3}{x-1}}$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} \Big(1 - \ln(1+x^3)\Big)^{3/(x^2 \arcsin x)}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x}$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \sqrt{x + \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$ и $g(x) = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to +\infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} e^{1/\ln x}, & x > 0 \\ \sqrt{2-x}, & x \leqslant 0 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 22.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{4n-3}{2n+1}$, $a = 2$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to 16} \dfrac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{2+x}{3-x}\right)^{x}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sin(7\pi x)}{\sin(8\pi x)}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to 4\pi} \Big(\cos x\Big)^{(\operatorname{ctg} x)/(\sin 4x)}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \dfrac{\ln x}{(1-x)^2}$ и $g(x) = \dfrac{1}{1 - \cos\sqrt{x-1}}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 1+$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \cos\dfrac{\pi x}{2}, & |x| > 1 \\ \dfrac{\operatorname{tg}\pi x}{\arcsin x}, & |x| \leqslant 1 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 23.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{1-2n^2}{2+4n^2}$, $a = -1/2$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3-2x-1}{x^5-2x-1}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt[3]{9x}-3}{\sqrt{3+x}-\sqrt{2x}}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{e^{3x}-1}{x}\right)^{\cos^2(\frac{\pi}{4}+x)}$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} \Big(\cos\pi x\Big)^{1/(x\sin(\pi x))}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(1-\sqrt{1+3x})}{\cos\left(\frac{\pi(x+1)}{2}\right)}$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \dfrac{x-2}{x^5+1}$ и $g(x) = \dfrac{2+\sin x}{x^3}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to +\infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-4x}, & x > 0 \\ e^{-1/x}, & x < 0 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 24.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{5n+1}{10n-3}$, $a = 1/2$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}}{x - 3}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{x+3}$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} \left(2 - 3^{\operatorname{arctg}^2 \sqrt{x}}\right)^{2/(\sin x)}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos^3 x}{4x^2}$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt[3]{1 - x^3}}$ и $g(x) = \dfrac{3}{\sqrt[3]{(1-x)^2}}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 1$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x - \ln 2}{\lg(e^x - 1)}, & x > 0 \\ \dfrac{1 - \cos x}{2 + \sin x}, & x \leqslant 0 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 25.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{2-2n}{3+4n}$, $a = -1/2$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1+2x} - \sqrt{1+x}}{x}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{x^2+4}{x+2}\right)^{x^2+3}$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 1} (3-2x)^{\operatorname{tg}(\pi x/2)}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{arctg}(2^x - 1) + \sin x^2}{\ln(1+2x)}$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = (2x+1)\operatorname{arctg}\dfrac{1}{\sqrt{x^4+3}}$ и $g(x) = \sqrt{x+3}\ln\left(\dfrac{x+2}{x+10}\right)$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to \infty$;

б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & |x| \leqslant 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt[3]{x+1}}, & |x| > 1 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0−7	8−15	16−17	18−19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 26.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{23-4n}{2-n}$, $a = 4$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4 - 3x + 2}{x^5 - 4x + 3}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{x+20}}{\sqrt[4]{x+9} - 2}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\ln(1+2x)}{\sin x + \sin 2x}\right)^{\frac{x-1}{x-2}}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 2\pi} (\cos x)^{(\operatorname{ctg} 2x)/(\sin 3x)}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x-\pi)^4}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \ln(1+\sqrt{x\sin x})$ и $g(x) = 2^x - 1$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 0$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\lg(x+1)}, & x > -1 \\ \sin \pi x, & x \leqslant -1 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0–7	8–15	16–17	18–19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 27.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{1+3n}{6-n}$, $a = -3$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x + x^5}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to 16} \dfrac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\operatorname{tg}^2 2x}{x^2}\right)^{\cos x + 1}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} (\cos \pi x)^{(\cos^2 \pi x \operatorname{ctg} x)/(\sin \pi x)}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos 7x)}{\sin^2(\pi(x+7))}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \sqrt[3]{x} - 1$ и $g(x) = \sqrt{\lg x}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 1$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos x}{2x - \pi}, & |x| \leqslant \pi \\ -\dfrac{1}{x}, & |x| > \pi \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 28.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{2n+3}{n+5}$, $a = 2$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^3+5x^2+8x+4}{x^3+3x^2-4}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{8+3x+x^2}-2}{x+x^2}$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{x^2-4x+5}{2-x^2}\right)^{1/(x+5)}$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\cos\sqrt[3]{x}\right)^{1/x^2}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} -\dfrac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x+1/2))}$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \sqrt{\dfrac{2+x}{2-x}}$ и $g(x) = \dfrac{1}{3^x-9}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 2-0$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{x}}{x^2-1}, & x \geqslant 0 \\ e^{1/x}, & x < 0 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0–7	8–15	16–17	18–19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 29.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{3n^2+2}{4n^2-1}$, $a = 3/4$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

(3 балла)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$; *(2 балла)*

2.2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}$; *(2 балла)*

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} x}{x}\right)^{e^x}$; *(2 балла)*

2.4. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1+\sin x\cdot\cos 2x}{1+\sin x\cdot\cos\frac{x}{2}}\right)^{\operatorname{ctg}^3 x}$; *(2 балла)*

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin(2\pi(x+2))}$. *(2 балла)*

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \dfrac{1}{x^2}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$ и $g(x) = \sqrt{x+3}-\sqrt{x}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to +\infty$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x\to\infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. *(3 балла)*

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \dfrac{4^x-2}{2x-1}, & x \leqslant 1 \\ \sqrt{x+3}, & x > 1 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. *(3 балла)*

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 − 7	8 − 15	16 − 17	18 − 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8

Вариант 30.

1. Определив для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, где $a_n = \dfrac{2-3n^2}{4+5n^2}$, $a = -3/5$. Заполнить таблицу:

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

.

(*3 балла*)

2. Вычислить:

2.1 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4-1}{2x^4-x^2-1}$; (*2 балла*)

2.2. $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{3}{1-\sqrt{x}} - \dfrac{2}{1-\sqrt[3]{x}}\right)$; (*2 балла*)

2.3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{x^3-4}{x^2-2}\right)^{x/(\sin 3x)}$; (*2 балла*)

2.4. $\lim\limits_{x\to 4} \left(\dfrac{\sin x}{\sin 4}\right)^{1/(x-4)}$; (*2 балла*)

2.5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4x}$. (*2 балла*)

3. **а)** Показать, что каждая из функций $f(x) = \sin \pi x$ и $g(x) = \log_2\left(\dfrac{x}{3}\right)$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \to 3$;
б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \to x_0$ или Cx^α при $x \to \infty$), указать их порядки малости (роста);
в) сравнить $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно. (*3 балла*)

4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \operatorname{arcctg}(e^{1/x}), & x \leqslant 2 \\ \operatorname{tg}\dfrac{\pi}{x}, & x > 2 \end{cases}$ и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (*3 балла*)

Таблица оценок

Сумма баллов за задания	0 – 7	8 – 15	16 – 17	18 – 19
Оценка	неуд	удовл	хор	отл
Баллов к рейтингу	0	6	7	8